２０２０年度　後期　数学活用　ヒント集１（１通目～３通目）

## １通目

### １－１　ＩＰアドレス

p2　問１　次の数を 2 進法で表現しなさい.

整数 $a$ を 整数 $b$ で割ったときの商 を$q$, 余りを $r$ とするとき，　$a \div b = q \ \cdots r$　のように表す.

(1) 24

【解】

$24 \div 2 = 12 \ \cdots 0$

$12 \div 2 = 6 \ \cdots \ 0$

$6 \div 2 = 3 \ \cdots \ 0$

$3 \div 2 = 1 \ \cdots 1$

$1 \div 2 = 0 \ \cdots \ 1$

したがって，$24 = 11000_{(2)}$　(商が 0 になったら，割り算を終了して，下から上に読む)

(2) (1) と同様.

問２　次のＩＰアドレスを 2 進法で表現しなさい.

172.217.24.131

ただし，各数字を 8 ビットごとに表現し，2 進法の明記 $_{(2)}$ を省略しなさい.

【ヒント】

問１と同様であるが，各数字を 8 ビットごとに表現することに注意する.
例えば 24 なら $24 = 11000_{(2)}$ なので，「00011000」と表す．他の数字も同様にして，0 または 1 が 8 個並ぶようにして，「_____ . _____ . _____ . _____ 」と答える.

### １－２　数当てマジック

p4　問１　$\boxed{1}$ の表を使って，Ｙさんの誕生日を当てるゲームを行った．Ｙさんに自分の誕生日が入っている表を聞いたところ，「C, D」と答えた．このとき，Ｙさんの誕生日は何日か求めなさい.

【ヒント】

1 通目レポート p3 「したがって，… であることが判明します．よって，… ができます．」の部分をよく読んで，足し算をしましょう.

問２　問１と同様.

## ２０２０年度　後期　数学活用　ヒント集１（１通目～３通目）

### １－３　偽物のコインを探せ

p5　問１　A の袋から 1 枚，B の袋から 2 枚，C の袋から 4 枚，D の袋から 8 枚，Eの袋から 16 枚コインを取り出し，全部いっしょに秤にのせて重さを測ったところ，319 g であった．このとき，偽物のコインはどの袋に入っているか答えなさい．

【解】

すべて本物とすると，1 枚 10 g なので，全部の重さは $31\times10=310$ g となる．

しかし実際の重さは 319 g なので，差は 9 g となり，これらがすべて偽物である．

偽物は 1 枚 11 g なので，本物との差は 1 g より，偽物は 9 枚であることがわかる．

したがって，$9=8+1$ より，偽物が入っている袋は ＿＿＿＿＿ の袋である．

問２　問１と同様．（教科書 p17 に答えがのっています）

### ２通目

### ２－１　河渡りの問題

p1　$\boxed{1}$　ある河の左岸に先住民３人と宣教師３人がおり，２人乗りのボートを使って河の右岸に行こうとしています．ボートを移動するときには必ず誰かが乗り，どちらの岸でも先住民と宣教師が一緒にいるときには先住民の人数は宣教師の人数を超えないものとします．（下線部を条件 ① とします）全員を河の右岸に運ぶには，どうしたらよいでしょうか？

（先住民を △，宣教師を ○，ボートを ― で表すことにします．）

p1　問１【条件 ① がないときの状態の数】

【解】

条件 ① がないときの状態の数は，単純に △，○，― を左岸に置く方法の数と同じである．したがって，まず，△ と ○を左岸に置く方法の数を求める．

△ は３つあるので，△ の置き方は，（1）置かない，（2）１つ置く，（3）２つ置く，（4）３つ置くの（　　　）通りある．○ も３つあるので，○ の置き方は，（　　　）通りある．したがって，△ と ○ を左岸に置く方法の数はそれぞれの通りの「積」となるので，（　　　）通りである．

さらに ― が１つあるので，― を左岸に置く方法の数は（1）置かない，（2）１つ置くの（　　　）通りであるから，△，○，― を左岸に置く方法の数は，（　　　）通りである．

しかし，（△ △△ ○ ○ ○ | ―）と（― | △ △ △ ○ ○ ○）の状態はないので（― は自動的には動かないし，― なしで △ と ○ は右岸には行けない），条件 ① がないときの △，○，― を左岸に置く方法の数は結局（　　　）通りである．

## ２０２０年度　後期　数学活用　ヒント集１（１通目～３通目）

p2　問２【条件 ① を満たさない状態の数】

【解】

条件 ① を満たさない状態の数は，条件 ① を満たさない ように，△，○，― を左岸に置く方法の数と同じである．したがって，「どちらかの岸において，△ と ○ が一緒のとき，△ の数 ＞ ○ の数」を満たすように， △，○，― を左岸に置く方法の数を求める．

まず，△ と ○を左岸に置く方法の数を求める．例えば，（△ △ △ ○｜○ ○）は 左岸に△を３つ，○ を１つ置くので，条件 ① を満たさないことがわかる．また，左右を入れ替えた（○ ○｜△ △ △ ○）も左岸に △ をなし，○ を２つ置くので，結果右岸に △ が３つ，○が１つとなり，条件 ① を満たさないことがわかる．

以下同様に考えると，左岸において，（1） △ を３つ，○ を２つ置くとき，（2）△を２つ，○ を１つ置くときは条件 ① を満たさないので，その左右を入れ替えたときも条件 ① を満たさないことがわかる．したがって，条件 ① を満たさないように △ と ○ を左岸に置く方法のは（　　　）通りとなる．

さらに，― は１つなので，― を左岸に置く方法の数は（1）置かない，（2）置くの（　　　）通りであるから，条件 ① を満たさない △，○，― の配置の仕方は，全部で（　　　）通りである．

p2　問２【補足】

問１，問２から，条件 ① を満たす状態の数は，１８個であることがわかる．よって，１８個の空の状態を左９個右９個に分け，S を左の一番上の状態にかき，それと左右対称な状態である G を右の一番上にかく．そして，S から条件①を満たしながら遷移可能な状態を G の下にすべてかく．以下同様にして，（ア）左右対称な状態を反対側にかく．（イ）左右対称な状態の下に，前の状態から遷移可能な状態をすべてかく．を繰り返して，空の状態をすべて埋める．最後に，S から遷移順に遷移可能な状態同士を線分で結ぶことによって，状態遷移図（p2）を得ることができる．ただし，状態遷移図において，９行目の（○ ○ ○ ―｜△ △ △）と（△ △ △｜― ○ ○ ○）はどの状態からも遷移できないので，線分で結べないことに注意する．

例えば，S（△ △ △ ○ ○ ○ ―｜）の左右対称な状態は，G（｜― △ △ △ ○ ○ ○）であり，S から条件 ① を満たしながら次に遷移可能な状態は，①a（△ △ ○ ○ ○｜― △），①b（△ △ ○ ○｜― △ ○），①c（△ ○ ○ ○｜― △ △）の３つだけであるので，線分と順番をかくと下図のようになる（ただし ① は遷移の順番を，a, b, c は種類を表す）．

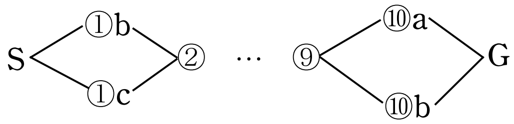
S（△ △ △ ○ ○ ○ ―｜）　　　　（｜― △ △ △ ○ ○ ○）G
（△ △ ○ ○ ○｜― △）①a
（△ △ ○ ○｜― △ ○）①b
（△ ○ ○ ○｜― △ △）①c

## ２０２０年度　後期　数学活用　ヒント集１（１通目～３通目）

問３　　何回の操作で，全てを無事に移動させることができるか答えなさい．さらに無事に渡る操作方法は何通りあるか答えなさい．

【解】

状態遷移図のＳからＧまでを順に数えると，（　　　）回の操作で無事に移動させることができる．また，無事に渡る操作方法は，ＳからＧまでの道順を書き出すと，下図のようになるので，




（　　　）通りであることがわかる．

p3 $\boxed{2}$　　１人の農夫が，オオカミ，ヤギ，キャベツをボートに乗せて，下記の条件の下で，川の左岸から右岸に運ぼうとしています．

【条件】

① ボートには，農夫の他に動物１匹かキャベツ１つしか乗せることはできない．
（農夫だけの移動は可能）

② 農夫がいない状況で，オオカミとヤギが一緒になると，オオカミはヤギを食べてしまうので，一緒にしない．

③ 農夫がいない状況で，ヤギとキャベツが一緒になると，ヤギはキャベツを食べてしまうので，一緒にしない．

このとき，オオカミ，ヤギ，キャベツを無事に川の左岸から右岸に運ぶには，農夫はどうすればよいでしょうか？ただし，農夫とボートは同じ動きをするので，はじめの状態を（人，オ，ヤ，キ｜）と表すことにします．

p3　問１　p2 の図を参考にして，遷移の順番を記入した状態遷移図をかきなさい．

【解】

［１］【条件 ②，③ がないときの状態の数】（全体の数）を求める．

人，オ，ヤ，キ を左岸に置く方法の数を求める．人 を左岸に置く方法の数は，置くか置かないかの２通りあり，他も２通りずつあるので全部で，（　　　）通りある．

［２］【条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさない状態の数】（余事象の数）を求める．

条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさない状態の数は，条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさないように，人，オ，ヤ，キ を左岸に置く方法の数と同じである．よって，（１）オオカミとヤギだけを左岸に置くとき，（２）ヤギとキャベツだけを左岸に置くとき，（３）オオカミ，ヤギ，キャベツだけを左岸に置くときの３通りが条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさないことがわかる．また，左右を入れ替えた置き方も条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさないので，結局全部で（　　　）通りが条件 ② を満たさないまたは条件 ③ を満たさないことがわかる．

したがって，［１］，［２］より条件 ② と③ の両方を満たす状態の数は，１０個である．

よって，左右対称となる状態遷移図をＳ（スタート）から順に途中までかくと下図のようになる．

S（人，オ，ヤ，キ｜）　（｜人，オ，ヤ，キ）G
（人，ヤ｜オ，キ　）　（　オ，キ｜人，ヤ）①
②（人，オ，キ｜ヤ　）　（　ヤ｜人，オ，キ）
④a（　　　　　）　（　　　　　）③a
④b（　　　　　）　（　　　　　）③b

問２　何回の操作で，全てを無事に移動させることができるか答えなさい．さらに無事に渡る操作方法は何通りあるか答えなさい．

【解】

状態遷移図のＳからＧまでを順に数えると，（　　　）回の操作で無事に移動させることができる．また，無事に渡る操作方法は，ＳからＧまでの道順を途中まで書き出すと，下図のようになる．したがって，Ｇまでの道順をすべてかくと（　　　）通りであることがわかる．

S ― ① ― ② ― ③a ―　　　　― G
　　　　　　 └ ③b ―

３通目

## ３－１　偏差値

p1 $\boxed{1}$　A，B，C，D，Eの５人が，国語と数学の試験を受けたところ，下記のような得点になりました．

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 国語 | 65 | 55 | 75 | 70 | 85 |
| 数学 | 60 | 30 | 50 | 70 | 90 |

p2　問１　$\boxed{1}$ における受験者の平均点，標準偏差を求めなさい．

【解】

国語の変数を $x$ ，数学の変数を $y$ とする．このとき，国語の平均点を $\overline{x}$ とすると

$$\overline{x}=\frac{1}{5}(65+55+75+70+85)=\frac{350}{5}=$$

また，国語の標準偏差を $s_x$ とすると

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{5}\{(65-70)^2+(55-70)^2+(75-70)^2+(70-70)^2+(85-70)^2\}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5}\{(-5)^2+(-15)^2+5^2+0+15^2\}}$$

$$= \sqrt{\frac{500}{5}}$$

$$= \underline{\qquad\qquad}$$

数学（$y$）についても，同様に計算すればよい．

問２　$\boxed{1}$ において，各受験者の国語と数学の偏差値をそれぞれ求め，国語と数学の偏差値が一致する生徒は誰か答えなさい．

【解】

A の国語の偏差値を求める．A の国語の偏差値を $T_{x\mathrm{A}}$ とすると，偏差値は

$T_x = \dfrac{10(x-\overline{x})}{s_x} + 50$　という式から求められるので，A の偏差値は

$T_{x\mathrm{A}} = \dfrac{10(65-70)}{10} + 50 = -5 + 50 = \underline{\qquad\qquad}$

以下同様に，$T_{x\mathrm{B}} \sim T_{x\mathrm{E}}$，$T_{y\mathrm{A}} \sim T_{y\mathrm{E}}$ を求めると，国語と数学の偏差値が一致する生徒は

$\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

## ３－２　ジニ係数

p3　$\boxed{1}$　ある地域に，A 地区 4 世帯と B 地区 4 世帯があります．各地区の所得を調べたところ，下記の表のようになりました．

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| A 地区 | 300 | 550 | 750 | 900 | 2500 |
| B 地区 | 400 | 430 | 590 | 1080 | 2500 |

単位は万円

p4　問１　A 地区，B 地区それぞれのジニ係数を計算し，どちらの方がより格差があるといえるか判断しなさい．

【解】

A 地区のジニ係数を $gc_{\mathrm{A}}$ を求める．$n$ 個の所得データを小さい順に並べ，それを $x_1, x_2, \cdots, x_n$ と表したときのジニ係数は，

$$gc=\frac{1}{n^2\bar{x}}\{(x_2-x_1)$$
$$+(x_3-x_2)+(x_3-x_1)$$
$$+\cdots$$
$$+(x_n-x_{n-1})+(x_n-x_{n-2})+\cdots+(x_n-x_1)\}\quad\cdots ①$$

という式から求められるので，$n=4$ としてＡ地区のジニ係数を求めると

$$gc_{\mathrm{A}}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2500}\{(550-300)+(750-550)+(750-300)$$
$$+(900-750)+(900-550)+(900-300)\}$$
$$=\frac{2000}{10000}$$
$$=\underline{\qquad\qquad}$$

Ｂ地区のジニ係数も同様に求めればよい．

したがって，ジニ係数の大小関係より，より格差がある方は ________

p5　問２　表を利用して，Ａ地区のローレンツ曲線を作成しなさい．また，比例のグラフとローレンツ曲線で囲まれた面積の２倍を求め，① で求めたジニ係数と一致することを確かめなさい．ただし，電卓を使用してもよい．

【解】

累積世帯比率は，それまでの世帯比率をすべて足すことによって求められる．例えば，世帯番号 2 の行の累積世帯比率は，世帯番号 2 の世帯比率が 0.25，世帯番号 1 の行の累積世帯比率が 0.25 なので，$0.25+0.25=0.5$ となる．以下同様にして，世帯番号 3，世帯番号 4 の行の累積世帯比率が求められる．

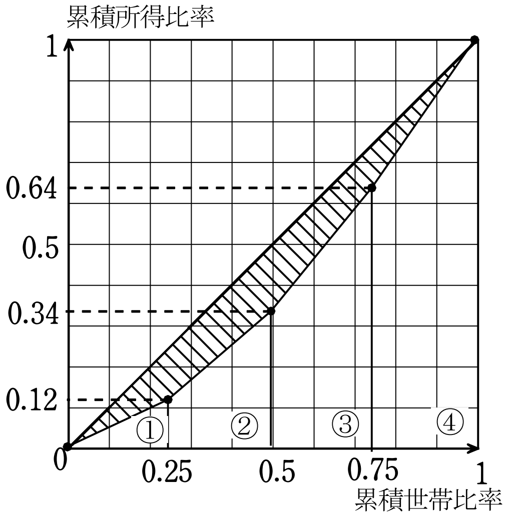
また，所得比率は「所得÷合計所得」を計算することによって求められる．例えば，世帯番号 1 の行の所得比率は，$300\div2500=0.12$ となる．以下同様にして，世帯番号 2，世帯番号 3，世帯番号 4 の行の所得比率が求められる．

さらに，累積所得比率は，それまでの所得比率をすべて足すことによって求められる．考え方は，累積世帯比率と同様である．

以上より，累積世帯比率，所得比率，累積所得比率を求めると，次のような表になる．

| A 世帯 | 世帯比率 | 累積世帯比率 | 所得比率 | 累積所得比率 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0.25 | 0.25 | 0.12 | 0.12 |
| 2 | 0.25 | 0.5 | 0.22 | 0.34 |
| 3 | 0.25 | 0.75 | 0.3 | 0.64 |
| 4 | 0.25 | 1 | 0.36 | 1 |

これより，ローレンツ曲線のグラフをかくと次のようになる．




したがって，比例のグラフとローレンツ曲線で挟まれた部分の面積（斜線部）を $S$ とすると

$S=1\times1\div2-$(三角形 ① の面積 ＋台形 ② の面積＋台形 ③ の面積＋台形 ④ の面積)

ここで，三角形 ① の面積を $S_{①}$，台形 ② の面積を $S_{②}$，台形 ③ の面積を $S_{③}$，台形 ④ の面積を

$S_{④}$ とすると，　$S_{①}=0.12\times0.25\div2=$ ＿＿＿＿ ,

$S_{②}=(0.12+0.34)\times0.25\div2=$ ＿＿＿＿ ,

$S_{③}=(0.34+0.64)\times0.25\div2=$ ＿＿＿＿ ,

$S_{④}=(0.64+1)\times0.25\div2=$ ＿＿＿＿ より

$S=0.5-($　　　　　　　　　　　　　　　　　　$)=$

よって，$2S=$ ＿＿＿＿＿ となるので，式 ① のジニ係数と一致する．

p6　問３　も同様に示すことができる．