

2020年度 後期 数学活用 ヒント集2 (4通目～6通目)

4通目

4-1 曜日を求めよう① 日歴算

p1 問1 2017年4月1日を1日目とするとき、2017年7月1日は何日目か求めなさい。

【解】

6月は30日、5月は31日、4月は30日であるから、

$7/1 = 6/31 = 5/62 = 4/92$ より、92日目

問2 2017年4月1日が土曜日のとき、2017年7月1日は何曜日か求めなさい。

【解】

整数 a を整数 b で割ったときの商を q 、余りを r とするとき、 $a \div b = q \cdots r$ のように表す。

問1より、 $92 \div 7 = 13 \cdots 1$ ここで4/1が土曜日より、余り1となる日が土曜日であるから、

7/1も余り1となるので、2017年7月1日は _____ 曜日

p2 問1 次の西暦年のうち、閏年を全て答えなさい。

2000年、2012年、2014年、2015年、2016年、2100年

【解】

① 100の倍数でない4の倍数となる年は、_____

② 400の倍数となる年は、_____

問2 2017年4月1日が土曜日のとき、2012年4月1日は何曜日か求めなさい。

【解】

2012年4月1日の曜日を求める

① 平年で考える

1年前の曜日は、1日前の曜日になるので、 $2017 - 2012 = 5$ より5年前の曜日は、5日前の曜日となる。

② うるう日を考える

2012.4/1～2017.4/1の間にうるう日は、2016年に1回あるので、追加で1日前に戻す。したがって、①、②より合計で6日前の曜日となるので、2012年4月1日の曜日は _____ 曜日

問3 2017年4月1日が土曜日のとき、2012年2月1日は何曜日か求めなさい。

【解】

問2より、2012年4月1日の曜日は _____ 曜日である。

2012年は、閏年であることに注意すると2月は29日あるので、 $4/1 = 3/32 = 2/61$ より

$61 \div 7 = 8 \cdots 5$ したがって、余り5となる日が _____ 曜日であるから、余り1となる

2012年2月1日の曜日は _____ 曜日

2020年度 後期 数学活用 ヒント集2 (4通目～6通目)

p3 ③ 2017年4月1日が土曜日のとき, 2028年7月7日は何曜日でしょうか?

【解】

(1) 2028年4月1日の曜日を求める

① 平年で考える

1年後の曜日は, 1日後の曜日になるので, _____ より
_____ 日後の曜日となる.

② うるう日を考える

2017.4/1 ~ 2028.4/1 の間にうるう日は, _____ 回あるので, 追加で _____ 日後にする. したがって, ①, ② より 合計で _____ 日後の曜日となるので,
2028年4月1日の曜日は _____ 曜日

(2) 2028年7月7日の曜日を求める

(1) より, 2028年4月1日の曜日は _____ 曜日である.

したがって, $7/7 = 6/ \underline{\quad} = 5/ \underline{\quad} = 4/ \underline{\quad}$ より

よって, 余り1となる日が _____ 曜日であるから, 余り _____ となる2028年7月7日は
_____ 曜日

4-2 曜日を求めよう② ツェラーの公式

p5 問1 $\left[\frac{26 \times 9}{10} \right], \left[\frac{98}{4} \right], \left[\frac{19}{4} \right]$ をそれぞれ求めなさい.

【解】

x を超えない最大の整数を $[x]$ と表すので,

$$\left[\frac{26 \times 9}{10} \right] = \left[\frac{234}{10} \right] = [23.4] = 23, \quad \left[\frac{98}{4} \right] = \left[24 \frac{2}{4} \right] = \underline{\quad}, \quad \left[\frac{19}{4} \right] = \left[4 \frac{3}{4} \right] = \underline{\quad}$$

問2 ツェラーの公式を利用して, Aさんの誕生日が何曜日か求めなさい.

【解】

Aさんの誕生日は, 1998年8月25日より, $j=19, k=98, m=8, d=25$ として
ツェラーの公式を利用すると

$$h = 25 + \left[\frac{26 \times 9}{10} \right] + 98 + \left[\frac{98}{4} \right] + \left[\frac{19}{4} \right] - 2 \times 19$$

$$= 25 + 23 + 98 + \underline{\quad} + \underline{\quad} - 38$$

$$= \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \div 7 = \underline{\quad} \dots \underline{\quad} \quad \text{より} \quad h \equiv \underline{\quad} \pmod{7} \quad \text{であるから} \quad \underline{\quad} \text{曜日}$$

p5 ② Bさんの誕生日は、2004年1月29日です。このとき、Bさんの誕生日は何曜日でしょうか？

【ヒント】

p5問2と同様に、ツェラーの公式を利用する。ただし、ツェラーの公式を利用するために、2004年1月29日を2003年13月29日と考える。

そして、 $j=20$, $k=3$, $m=13$, $d=29$ としてツェラーの公式を利用し、余りを求めればよい。

5通目

5-1 バーコードとは？

p2 問1 次の偶数パリティ ($\bar{1}$) における数字のうち未記入の数字を、白 (スペース) と黒 (バー) で表しなさい。

【ヒント】

偶数パリティ ($\bar{1}$) は、奇数パリティの白と黒を反転させたものなので、「黒白黒白」の順になる。したがって、与えられた4桁の数字に従って、「黒白黒白」の順で黒をぬればよい。

p3 問2 次の偶数パリティ(0)における数字のうち未記入の数字を、白 (スペース) と黒 (バー) で表しなさい。

【ヒント】

偶数パリティ(0)は、偶数パリティ ($\bar{1}$) を右から左に読んだものなので、「白黒白黒」の順になる。したがって、与えられた4桁の数字に従って、「白黒白黒」の順で黒をぬればよい。

p4 問3 □に当てはまる数字を入れなさい。

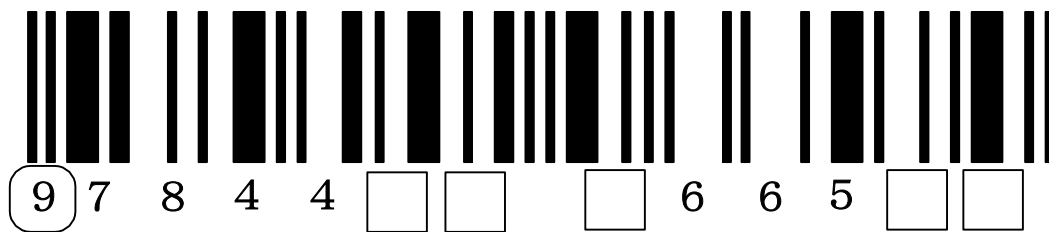


【ヒント】

先頭が「4」であるから、左側のパリティの並びは、レポート5通目 p3の表より「101100」である。また、右側のレポートの並びは「 $\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ 」である。

したがって、パリティ1または0は「白黒白黒」、パリティ $\bar{1}$ は「黒白黒白」の順になることに注意して、左側から各数字に対応する記号を「7単位」の幅で切ってから、レポート5通目 p1～3の各数字に対応する記号を参照することによって、□にあてはまる数字を求めることができる。

p4 ② 下記のようなバーコードがあります。□に当てはまる数字はいくつでしょうか？



【ヒント】

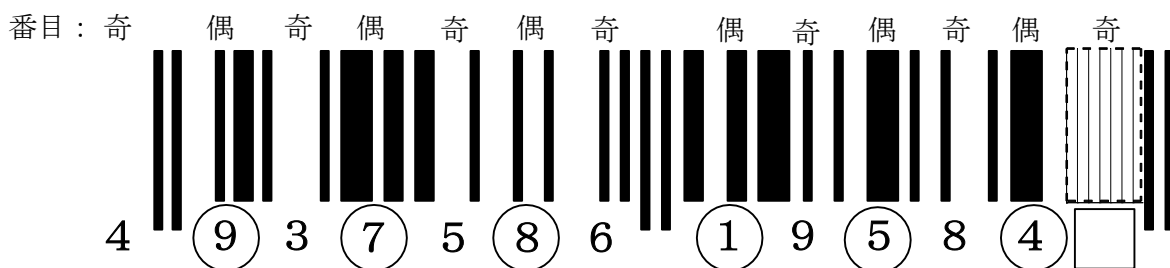
先頭が「9」であるから、左側のパリティの並びは、レポート5通目 p3 の表より「100101」である。後は p4 問3 と同様に考えればよい。

5-2 チェックデジットとは？

p4 ① バーコードは、下記手順により求めた各桁の数字を足すと、10の倍数(10で割ると余り0)になるようにつくられています。このとき、最後の桁の数字と記号はどのようなになるでしょうか？

- 【手順】① 奇数番目の桁の数字はそのままにする。
 ② 偶数番目の桁の数字は3倍して、10で割った余りの数字(1の位の数字)に変える。

p5 問1 ① の手順に従い、最後の桁の数字とそれに対応する記号をかきなさい。



○の数字は、3倍して10で割った余りの数字に変換する。

【解】

最後の桁の数字を x とする。このとき、変換後の各桁の数字の和を表すと

$$4 + 7 + 3 + 1 + 5 + 4 + 6 + 3 + 9 + 5 + 8 + 2 + x = 57 + x$$

よって、 $57 + x$ は10で割り切れ、かつ $0 \leq x \leq 9$ より、 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

また、 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ は右側の数字なので、パリティは $\bar{1}$ である。したがって、求める記号はパリティ $\bar{1}$ の $\underline{\hspace{2cm}}$ を表す記号(黒白黒白)をかけばよい(上図にかきましよう)。

問2 問1と同様。

6通目

6-1 エラトステネスの篩 (ふるい)

p1 ① 下記のような1から100までの数字が書かれた表があります。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

p1 問1 エラトステネスの篩 (ふるい) を用いて, 1 から 100 までの自然数の中から素数を見つけ, すべて答えなさい。

【解】

素数とは, 1 とその数自身の 2 つしか約数を持たない数のことである. したがって, ① の表において, 1, 2 の倍数, 3 の倍数, 5 の倍数, 7 の倍数に「/」をつけて消していくことで, 素数だけを拾うことができる (エラトステネスの篩 (ふるい)). 以上より, 素数を求めると

6-2 換字暗号① シーザー暗号

p3 問1 「. (ドット)」, 「_ (スペース)」を含むアルファベット等 28 文字に対応するシーザー暗号を求めなさい。

【ヒント】

今回のシーザー暗号は, p2 の式: $y \equiv (x+2) \pmod{28} \dots \textcircled{1}$ で変換される暗号である。

例えば「B」は 2 番目の文字なので, ① の右辺に $x=2$ を代入すると 4

よって, 4 を 28 で割ると余りが 4 なので, $y \equiv 4 \pmod{28}$ であるから, 4 番目に対応する文字は

「D」となる. 以下同様にして「C」から「_」までを ① に従い変換すると, アルファベット

等 28 文字に対応するシーザー暗号を求めることができる. ただし, 「Z」は 26 番目の文字なので, 式 ① の右辺に $x=26$ を代入すると 28 であるから, $y \equiv 0 \pmod{28}$ となることに注意する。

(0 番目に対応する文字は, 「_」である)

2020年度 後期 数学活用 ヒント集2 (4通目～6通目)

p3 問2 問1で求めたシーザー暗号を利用して、次の暗号文を復号しなさい。

OCVJGOCVKEU

【ヒント】

問1で求めたシーザー暗号を利用して、「下の文字から上の文字に変換」すればよい。
例えば「O」は下から上に矢印を逆にたどっていくと「M」になる(2つ前の文字になる)。
以下同様にして、残りの文字を下から上に矢印を逆にたどっていくと、復号が完了する。

問3 問2と同様。

6-3 換字暗号② べき乗の利用

p4 問1 次の空欄を埋めなさい。ただし、以下において法は29とし、 $\text{mod } 29$ は省略します。

【ヒント】

今回の換字暗号は、p4の式： $y \equiv 3^x \pmod{29}$ … ② で変換される暗号である。
したがって、問1の空欄を埋めるために、空欄のひとつ前の29で割った余りの数字を3倍して、29で割った余りを求めればよい。例えば 3^4 ならば、 $3^3 \equiv 27$ より $3^4 = 3 \times 3^3 \equiv 3 \times 27 = 81$ であるから、 $81 \div 29 = 2 \dots 23$ したがって、 $3^4 \equiv 23$ 以下同様にして、残りの空欄を埋めることができる。

p5 問2 問1を利用して、「.(ドット)」、「_(スペース)」を含むアルファベット等28文字に対応する②に従う暗号を完成させなさい。

【ヒント】

例えば「D」は4番目の文字なので、式②の右辺に $x=4$ を代入すると問1より、 $3^4 \equiv 23$ よって、 $y=23$ であるから、23番目に対応する文字は「W」となる。以下同様にして、「J」、「N」、「V」、「.」、「_」を式②に従い変換すると、アルファベット等28文字に対応する換字暗号を求めることができる。

問3 問2で求めた、②に従う暗号を利用して、次の暗号文を復号しなさい。

SCY GKSCYU.R

【ヒント】

問2で求めた換字暗号を利用して、「下の文字から上の文字に変換」すればよい。
例えば「S」は下から上に矢印を逆にたどっていくと「M」になる。以下同様にして、残りの文字を下から上に矢印を逆にたどっていくと、復号が完了する。

問4 問3と同様。

2020年度 後期 数学活用 ヒント集2 (4通目～6通目)

p6 問1 次の空欄を埋めなさい。ただし、以下において法は11とし、 $\text{mod } 11$ は省略します。

【ヒント】

今回の換字暗号は、p6の式： $y \equiv 2^x \pmod{11}$ … ③ で変換される暗号である。
したがって、問1の空欄を埋めるために、空欄のひとつ前の11で割った余りの数字を2倍して、11で割った余りを求めればよい。例えば 2^4 ならば、 $2^3 \equiv 8$ より $2^4 = 2 \times 2^3 \equiv 2 \times 8 = 16$ であるから、 $16 \div 11 = 1 \dots 5$ したがって、 $2^4 \equiv 5$ 以下同様にして、残りの空欄を埋めることができる。

p6 問2 問1で求めた③に従う暗号を利用して、次の暗号文を復号しなさい。また、復号した小数から、どんな数の近似値か答えなさい。

8.252064

【ヒント】

問1で求めた換字暗号を利用して、「 y から x に変換」すればよい。
例えば「8」は問1より $2^3 \equiv 8$ であるから、 $x = 3$ 以下同様にして、該当の数字を y から x に変換すると、復号が完了する。また、復号した数字から、「 _____ 」の近似値であることがわかる。