

数学Ⅱ (1) 第1回

1. 3次式の展開 (1通目 P 1問1, 問2)
2. 3次式の因数分解 (1通目 P 1問3)
3. 二項定理 (1通目 P 3問7)
4. 整式の割り算 (1通目 P 3問8)
5. 分数式の計算1 (1通目 P 4問9, 問10)
6. 分数式の計算2 (1通目 P 5問11, P 6問13)

1. 3次式の展開

(1通目 P1問1, 問2)

問1

次の式を展開しなさい.

$$(1) (x + 2)^3 =$$

$$(2) (x - 3y)^3 =$$

【説明】 (1) 3次の乗法公式

$$(ア) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(イ) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \leftarrow (ア) \text{ で } b \text{ を } -b \text{ に置き換えただけ}$$

$\rightarrow (ア)$ を利用すればよい

【解】 (2) $(x - 3y)^3$

$$= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot (-3y) + 3x \cdot (-3y)^2 + (-3y)^3$$

$$= x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$$

1. 3次式の展開

(1 通目 P 1 問 1, 問 2)

問 2

次の式を展開しなさい。

$$(1) (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = \quad (2) (x - 10y)(x^2 + 10xy + 100y^2) =$$

【説明】 (1) 3 次の乗法公式

(ウ) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

(エ) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

【解】 (2) $(x - 10y)(x^2 + 10xy + 100y^2)$

$$= x^3 - (10y)^3$$

$$= x^3 - 1000y^3$$

2. 3次式の因数分解

(1通目 P1問3)

問3

次の式を因数分解しなさい.

$$(1) x^3 + 1 =$$

$$(2) x^3 - 27y^3 =$$

【説明】 (2) 3次の因数分解公式

(1)の乗法公式の左辺と右辺を逆にみると、3次の因数分解公式になる.

【解】 (2) $x^3 - 27y^3$

$$= x^3 - (3y)^3$$

$$= (x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$$

3. 二項定理

(1通目 P3問7)

問7

等式 $3^n = {}_n C_0 + 2 \cdot {}_n C_1 + 2^2 \cdot {}_n C_2 + \cdots + 2^n \cdot {}_n C_n$ を示しなさい。

【説明】 二項定理

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots \\ + {}_n C_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_n C_{n-1} a b + {}_n C_n b^n$$

$(a + b)^n$ の展開式における一般項は

$${}_n C_r a^{n-r} b^r$$

【解】 二項定理において $a = 1, b = x$ とおくと

$$(1 + x)^n = {}_n C_0 + {}_n C_1 x + {}_n C_2 x^2 + \cdots + {}_n C_n x^n$$

さらに, $x = \boxed{2}$ とおくと

$$3^n = {}_n C_0 + 2 \cdot {}_n C_1 + 2^2 \cdot {}_n C_2 + \cdots + 2^n \cdot {}_n C_n$$

4. 整式の割り算

(1 通目 P 3 問 8)

問 8

次の整式の割り算を行い，商と余りを求めなさい。

$$(1) (2x^3 - 7x^2 + 3x + 8) \div (x^2 - x - 3) \quad (2) (x^3 - x^2 - 1) \div (x^2 + 2)$$

【説明】 整式の除法 \rightarrow 余りのある整数の割り算と同じ計算をする

整式 A を 0 でない整式 B で割ったときの商を Q ，余りを R とすると

$$A = \boxed{BQ + R}, \quad R \text{ の次数} < \boxed{B} \text{ の次数}$$

とくに， $R = 0$ のとき， A は B で $\boxed{\text{割り切れる}}$ といい， B は A の
因数であるという。

【解】 (2) 右の式より

商は $x - 1$ ，

余りは $-2x + 1$

$$\begin{array}{r}
 x - 1 \quad \downarrow \\
 x^2 + 2 \overline{) x^3 - x^2 - 1} \\
 \underline{x^3 \quad + 2x} \\
 -x^2 - 2x - 1 \\
 \underline{-x^2 - 2} \\
 -2x + 1
 \end{array}$$

5. 分数式の計算1 (1通目 P4問9, 問10)

問9

次の式を約分しなさい。

$$(1) \frac{y}{xy} =$$

$$(2) \frac{4xy^2}{6x^3y} =$$

$$(3) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 6x + 8} =$$

【説明】 分数式とその計算  分数と同じ計算をする

A を整式, B を1次以上の整式としたとき, $\frac{A}{B}$ の形で表される式を

分数式

という. 整式と分数式を合わせて **有理式** という.

(1) 約分・通分

(ア) 約分 C が0でない整式ならば $\frac{AC}{BC} = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$

分数式の分母と分子を共通な因数で割って簡単にすることを **約分** という.

また, それ以上約分できない分数式は **既約** であるという.

5. 分数式の計算1 (1通目 P4問9, 問10)

問9

次の式を約分しなさい。

$$(1) \frac{y}{xy} =$$

$$(2) \frac{4xy^2}{6x^3y} =$$

$$(3) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 6x + 8} =$$

【解】 (3) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 6x + 8}$

$$= \frac{(x - 4)(x + 1)}{(x - 4)(x - 2)}$$
$$= \frac{x + 1}{x - 2}$$

← 分母・分子をそれぞれ因数分解する

← (x-4) で約分する

5. 分数式の計算1 (1通目 P4問9, 問10)

問10

$$\frac{2x-1}{x^2-2x+1} \div \frac{4x^2-1}{x^2-5x+4} \text{ を計算しなさい.}$$

【説明】 分数式とその計算  分数と同じ計算をする

(2) 四則演算

(ア) 乗法・除法

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{\boxed{AC}}{\boxed{BD}} \quad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{\boxed{D}}{\boxed{C}} = \frac{\boxed{AD}}{\boxed{BC}}$$

【解】

$$\begin{aligned} & \frac{2x-1}{x^2-2x+1} \div \frac{4x^2-1}{x^2-5x+4} \\ &= \frac{2x-1}{x^2-2x+1} \times \frac{x^2-5x+4}{4x^2-1} \\ &= \frac{2x-1}{(x-1)^2} \times \frac{(x-1)(x-4)}{(2x+1)(2x-1)} \\ &= \frac{x-4}{(x-1)(2x+1)} \end{aligned}$$

← 逆数を掛け算する

← 分母・分子を因数分解する

← (x-1), (2x-1)で約分をする

6. 分数式の計算2 (1通目 P5問11, P6問13)

問11

次の各組の分数式を通分しなさい。

(1) $\frac{2}{x}, \frac{3}{x+1}$

(2) $\frac{3x}{(x+2)(x-2)}, \frac{x-5}{(x+2)(x+4)}$

【説明】 分数式とその計算  分数と同じ計算をする

(1) 約分・通分

(イ) 通分 2つ以上の分数式の分母を同じにすることを 通分 という。

【解】 (2) 2つの分数式を通分すると

$$\frac{3x(x+4)}{(x+2)(x-2)(x+4)}, \frac{(x-2)(x-5)}{(x+2)(x+4)(x-2)}$$

6. 分数式の計算2 (1通目 P5問11, P6問13)

問13

$$\frac{x-6}{x^2-9} + \frac{x-1}{x^2-2x-3} \text{ を計算しなさい.}$$

【説明】 分数式とその計算  分数と同じ計算をする

(2) 四則演算

(イ) 加法・減法

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{\boxed{A+B}}{\boxed{C}} \quad \frac{A}{C} - \frac{B}{C} = \frac{\boxed{A-B}}{\boxed{C}}$$

6. 分数式の計算

(1 通目 P6問13)

問13

$$\frac{x-6}{x^2-9} + \frac{x-1}{x^2-2x-3} \text{ を計算しなさい.}$$

【解】

$$\frac{x-6}{x^2-9} + \frac{x-1}{x^2-2x-3}$$

$$= \frac{x-6}{(x+3)(x-3)} + \frac{x-1}{(x-3)(x+1)}$$

← 通分する

$$= \frac{(x-6)(x+1) + (x-1)(x+3)}{(x+3)(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2 - 5x - 6 + x^2 + 2x - 3}{(x+3)(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2 - 3x - 9}{(x+3)(x-3)(x+1)}$$

← たすき掛けによる因数分解

$$= \frac{(x-3)(2x+3)}{(x+3)(x-3)(x+1)}$$

← (x-3) で約分

$$= \frac{2x+3}{(x+3)(x+1)}$$