数学Ⅱ（１）　第４回

１．直線上の点の座標と距離　（４通目　Ｐ１問1，問２）

２．平面上の点の座標と距離　（４通目　Ｐ２問4，問５）

３．点対称・重心の座標　（４通目　Ｐ３問6，問７）

４．直線の方程式１　（４通目　Ｐ４問8，問９）

５．直線の方程式２　（４通目　Ｐ６問１１）

６．点と直線の距離　（４通目　Ｐ６問１２）

１．直線上の点の座標と距離　　　（４通目　Ｐ１問１，問２）

問 1

次の 2 点間の距離を求めなさい.

(1) A(1), B(5)　　(2) C(−5), D(−3)

【説明】　数直線上の点

数直線上の点には実数が対応している．点 P に実数 x が対応しているとき，点 P の座標は $\boxed{x}$ であるといい，$\boxed{\mathrm{P}(x)}$ と書く.

数直線上の点 A(a), B(b) について

(1) 2 点間の距離　　$\mathbf{AB} = \boxed{|a-b|}$

【解】（２）　$\mathrm{CD} = |-5-(-3)| = |-2| = 2$

1．直線上の点の座標と距離　　　（4通目　P１問１，問２）

問２

次の点の座標を求めなさい．

(1) A(−1), B(9) のとき，線分 AB を 4 : 1 に内分する点

(2) A(3), B(9) のとき，線分 AB を 2 : 1 に外分する点

【説明】　数直線上の点

(2) 内分点・外分点の座標

(ア) 線分 AB 上に点 P があって，AP : PB = $m : n$ が成り立つとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に $\boxed{\text{内分}}$ するという．

(イ) 線分 AB の延長上に点 P があって，AP : PB = $m : n$ が成り立つとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に $\boxed{\text{外分}}$ するという．

線分 AB を $m : n$ の比に分ける点 P の座標は　$\dfrac{\boxed{n}\,a + \boxed{m}\,b}{m+n}$ ← a, b の係数はたすき掛け

ポイント　　ポイント

(注) m と n が同符号のときには**内分**点の座標を，異符号のときには**外分**点の座標を表す．とくに，中点の座標は　$\dfrac{a+b}{\boxed{2}}$

１．直線上の点の座標と距離　　　（４通目　Ｐ１問１，問２）

問２

次の点の座標を求めなさい．

(1) A(−1), B(9) のとき，線分 AB を 4 : 1 に内分する点

(2) A(3), B(9) のとき，線分 AB を 2 : 1 に外分する点

【解】（１）　内分点を　P(x)　とすると

$$x = \frac{1 \times (-1) + 4 \times 9}{4 + 1} \quad = 7$$

よって，Ｐの座標は　P(7)

（２）　外分点を　Q(x)　とすると

$$x = \frac{-1 \times 3 + 2 \times 9}{2 - 1} = 15$$

よって，Ｑの座標は　Q(15)

２．平面上の点の座標と距離　　　（４通目　Ｐ２問４，問５）

問４

次の 2 点間の距離を求めなさい．

(1) A(1, 4), B(−2, 8)　　(2) 原点 O, P(4, −6)

【説明】　座標平面上の点

(1) 2 点間の距離

2 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(\boxed{x_1 - x_2})^2 + (\boxed{y_1 - y_2})^2}$$

とくに，原点 O(0, 0) と点 $\mathrm{P}(x, y)$ 間の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{\boxed{x}^2 + \boxed{y}^2}$$

【解】（１）　$\mathrm{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (4-8)^2} = 5$

２．平面上の点の座標と距離　　　（４通目　Ｐ２問４，問５）

問５

2 点 A(−3, 6), B(4, 5) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい．

(1) 2 : 1 に内分する点 P　　　(2) 2 : 1 に外分する点 Q

【説明】　座標平面上の点

(2) 内分点・外分点・重心

(ア) 内分点・外分点

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ について

線分 AB を $m:n$ の比に分ける点 P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{n}\,x_1+\boxed{m}\,x_2}{m+n},\ \frac{\boxed{n}\,y_1+\boxed{m}\,y_2}{m+n}\right)$$

← 各係数はたすき掛け

(注) m と n が同符号のときには**内分**点の座標を，異符号のときには**外分**点の座標を表す．

ポイント　　ポイント

２．平面上の点の座標と距離　　　　（４通目　Ｐ２問４，問５）

問５

2 点 A(−3, 6), B(4, 5) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい．

(1) 2 : 1 に内分する点 P　　　(2) 2 : 1 に外分する点 Q

【解】（１）　内分点を $\mathrm{P}(x, y)$ とすると

$$x = \frac{1 \times (-3) + 2 \times 4}{2+1} \quad = \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{1 \times 6 + 2 \times 5}{2+1} \quad = \frac{16}{3}$$

よって，Ｐの座標は　$\mathrm{P}\left(\frac{5}{3}, \frac{16}{3}\right)$

３．点対称・重心の座標　　　　　　（４通目　Ｐ３問６，問７）

問６

点 A $(-3, 1)$ に関して，点 P $(4, 3)$ と対称な点 Q の座標を求めなさい．

【説明】　座標平面上の点

(2) 内分点・外分点・重心

(イ) 中点

2 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ について線分 AB の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2}{\boxed{2}},\ \frac{y_1+y_2}{\boxed{2}}\right)$$

【解】　点 Q の座標を (a, b) とすると，線分 PQ の＿中点＿が点 A である

ポイント

から
$$\frac{\boxed{4}+a}{\boxed{2}}=\boxed{-3},\quad \frac{\boxed{3}+b}{\boxed{2}}=\boxed{1}$$

これを解いて　$a=\boxed{-10}$, $b=\boxed{-1}$

したがって　$\mathrm{A}(\boxed{-10}, \boxed{-1})$

３．点対称・重心の座標　　　　（４通目　Ｐ３問６，問７）

問 7

次の 3 点を頂点とする△ABC の重心の座標を求めなさい.

(1)　A (2, 3), B (1, −1), C (6, 1)

(2)　A (5, −3), B (4, 7), C (−6, 2)

【説明】　座標平面上の点

(2) 内分点・外分点・重心

(ウ)　重心

3 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

について △ABC の重心の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{\boxed{3}}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{\boxed{3}} \right)$$

【解】　（２）　求める重心の座標を (x, y) とすると

$$x = \frac{5 + 4 - 6}{3} = 1$$

$$y = \frac{-3 + 7 + 2}{3} = 2$$

したがって　$(\ 1\ ,\ 2\ )$

４．直線の方程式１　　　　　　　（４通目　Ｐ４問８，問９）

問８

次の直線の方程式を求めなさい．

(1) 点 $(2,\ -5)$ を通り，傾き -4 の直線

(2) 点 $(-3,\ 4)$ を通り，傾き $-\dfrac{1}{3}$ の直線

【説明】　直線の方程式

(1) 点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾き m の直線の方程式は

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

【解】（２）　求める直線の方程式は

$$y - 4 = -\frac{1}{3}(x + 3) \quad \text{より}$$

$$y - 4 = -\frac{1}{3}x - 1$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

4．直線の方程式１　　　　　　（４通目　Ｐ４問８，問９）

問９

次の 2 点を通る直線の方程式を求めなさい.

(1) (2, −1), (4, 3)　　　　(2) (1, −2), (1, 5)

【説明】　直線の方程式

(2) 2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) を通る直線の方程式は

(ア) $x_1 \neq x_2$ のとき　　$y - y_1 = \boxed{\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}(x - x_1)$

(イ) $x_1 = x_2$ のとき　　$x = x_1$　　傾き

【解】（２）　x 座標が一定であるから，求める直線の方程式は

$$x = 1$$

５．直線の方程式２　　　　（４通目　Ｐ６問１１）

問 11

次の直線の方程式を求めなさい．

(1) 点 $(1, 2)$ を通り，直線 $y = 3x + 1$ に平行な直線

(2) 点 $(-3, 2)$ を通り，直線 $3x + 2y - 6 = 0$ に垂直な直線

【説明】　２直線の関係

2 直線 $l_1 : y = mx + n$, $l_2 : y = m'x + n'$ について

(1) $l_1 \,/\!/\, l_2 \iff \boxed{m = m'}$　　　(2) $l_1 \perp l_2 \iff \boxed{mm' = -1}$

【解】（２）　$3x + 2y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = -\dfrac{3}{2}x + 3$　より

直線　$3x + 2y - 6 = 0$　に垂直な直線の傾きは　$\dfrac{2}{3}$　であるから

求める直線の方程式は　$y - 2 = \dfrac{2}{3}(x + 3)$

よって　$y = \dfrac{2}{3}x + 4$　　すなわち　$\underline{2x - 3y + 4 = 0}$

できれば問題文の形式に合わせましょう

６．点と直線の距離　　（４通目　Ｐ６問１２）

問 12

次の点と直線の距離を求めなさい．

(1) 点 $(2,\ -3)$，直線 $x+2y+2=0$

(2) 原点，直線 $4x-3y-5=0$

【説明】　点と直線の距離

2 点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$

の距離 d は

$$d=\frac{\left|\boxed{ax_1+by_1+c}\right|}{\sqrt{\boxed{a^2+b^2}}}$$

【解】（１）　求める距離を d とすると点と直線の距離の公式から

$$d=\frac{|1\times 2+2\times(-3)+2|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$$=\frac{|-2|}{\sqrt{5}}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

忘れず有理化しましょう