

質問の2通目の問8ですが、教科書の例題10に対応する問題です。

問8

6人の生徒を次のような組に分ける分け方は何通りありますか。

- (1) 2人ずつ A, B, C の3組
- (2) 2人ずつ 3組

いずれも6人(名前を a,b,c,d,e,f とします)を2人ずつ3組に分ける問題ですが、振り分け先どうしが互いに区別できるか、区別できないかで解き方が変わってきます。

(1)は区別ができる分け方で、(2)は区別ができない分け方になります。

(1) 1部屋ずつ順番に部屋を指定し、その指定した部屋に入る人物を a ~ f の6人から選びます。どの部屋から指定するかは自由ですので、A から決めていきます。

6人のうちA組に入る2人の選び方は ${}_6C_2$ (通り)

残った4人のうちB組に入る2人の選び方は ${}_4C_2$ (通り)

残った2人は自動的にC組になりますから、選び方は1 (通り) となります。

積の法則から、分け方の総数はこれらを掛け合わせた

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1 \text{ (通り)}$$

となります。どの組から決めていっても分け方の総数は同じです。

(2) 2人ずつ3組分けると、振り分け先の区別がつきません。方法はまず区別をつけた分け方を求める→部屋の区別をなくすという手順で解きます。

具体的に書き上げてみた方が分かりやすいので、例を挙げて考えます。そこで、aとb, cとd, eとfが同じ組に入っている場合を具体的に書き上げてみます。

A	B	C
{a, b}	{c, d}	{e, f}
{a, b}	{e, f}	{c, d}
{c, d}	{a, b}	{e, f}
{c, d}	{e, f}	{a, b}
{e, f}	{a, b}	{c, d}
{e, f}	{c, d}	{a, b}

「aとb, cとd, eとfがそれぞれ同じ部屋に入っている」場合は上図のように、A・B・Cの部屋の並び替えの総数、つまり $3! = 6$ 通り存在します。これは、入る組の区別をなくすと、すべて「aとb, cとd, eとf」に分けられた1通りになります。

つまり、区別を無くすことで、 ${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1$ 通りの内のあらゆる6通りが1通りにまとめられていくんですね！

最終的な答えは

$$\frac{{}_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1}{3!} \quad (\text{通り})$$

です。